Equilibrio mundial:

- Hay $n = 1, 2, \ldots, N$ países
- Cada país está habitado por un agente representativo.
- Los factores de descuento son iguales: $\beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta$
- Función de utilidad es la misma:

$$u(h^n, c^n) = \ln c_t^n + \gamma \ln h_t^n$$

$$y_t^n = A_t^n (\ell_t^n)^{1-\alpha}$$

Restricción presupuestal intertemporal del hogar representativo:

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w c_t^n = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t^n + b_0^n (1 + r_0^w)$$

$$p_t^w = \frac{1}{(1+r_1^w) \cdots (1+r_{t-1}^w)}$$

Condiciones de optimalidad:

$$\frac{c_{t+1}^n}{c_t^n} = \beta(1 + r_t^w) \quad \longleftarrow \text{restr. inter.}$$

$$\frac{\gamma c_t^n}{H_t^n - \ell_t^n} = (1-\alpha) \frac{y_t^n}{\ell_t^n} \quad \longleftarrow \text{intratemp.}$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w c_t^n = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t^n + b_0^n (1 + r_0^w) \quad \longleftarrow \text{restricción presup.}$$

Tasas de interés mundiales se determinan por condiciones de vaciado de mercado internacionales:

$$C_t^w := \sum_{n=1}^{N} c_t^n = \sum_{n=1}^{N} y_t^n =: Y_t^w$$

Para cada n: $c_{t+1}^n = \beta (1 + r_t^w) c_t^n$

$$\underbrace{\sum_{n=1}^{N} C_{t+1}^{n}}_{Y_{t+1}^{w}} = \sum_{n=1}^{N} (1+r_t^w) C_t^n = \beta (1+r_t^w) \underbrace{\sum_{n=1}^{N} C_t^n}_{Y_t^w}$$

$$\Rightarrow \boxed{1+r_t^w = \frac{Y_{t+1}^{w}}{\beta Y_t^w}}$$

Dificultad: Y_t^w depende de las producciones nacionales que dependen de r_t^w.

Tecnología lineal: $y_t^n = A_t^n \ell_t^n$

Condición intratemporal: $A_t^n \ell_t^n = A_t^n \left(H_t^n - \frac{\gamma C_t^n}{A_t^n} \right)$

$$y_t^n = A_t^n H_t^n - \gamma C_t^n$$

Salario en cada país es: $w_t^n = A_t^n$

$$Y_t^w = \sum_{n=1}^{N} y_t^n = \sum_{n=1}^{N} A_t^n H_t^n - \gamma C_t^n$$

$$= \sum_{n=1}^{N} A_t^n H_t^n - \gamma \underbrace{\sum_{n=1}^{N} C_t^n}_{Y_t^w}$$

$$(1+\gamma) Y_t^w = \sum_{n=1}^{N} A_t^n H_t^n$$

$$\Rightarrow \boxed{Y_t^w = \frac{1}{1+\gamma} \left(\sum_{n=1}^{N} A_t^n H_t^n \right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{1+r_t^w = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\sum_{n=1}^{N} A_{t+1}^n H_{t+1}^n}{\sum_{n=1}^{N} A_t^n H_t^n} \right)}$$

Consumos de equilibrio:

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w C_t^n = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t^n + b_0^n (1+r_0^w)$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w C_t^n = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w \left(A_t^n H_t^n - \gamma C_t^n\right) + b_0^n (1+r_0^w)$$

$$(1+\gamma) \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w C_t^n = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w A_t^n H_t^n + b_0^n (1+r_0^w)$$

Por cond. intertemporal, $\boxed{p_t^w C_t^n = \beta^{t-1} C_1^n}$

$$C_t^n = \beta(1+r_{t-1}^w) C_{t-1}^n$$

$$C_{t-1}^n = \beta(1+r_{t-2}^w) C_{t-2}^n$$

$$\vdots$$

$$(1+\gamma) \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} C_1^n = \frac{(1+\gamma)}{1-\beta} C_1^n = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w A_t^n H_t^n + b_0^n (1+r_0^w)$$

$$\boxed{C_1^n = \frac{1-\beta}{1+\gamma} \left(\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w A_t^n H_t^n + b_0^n (1+r_0^w) \right)}$$

$$\boxed{C_t^n = \frac{\beta^{t-1}}{p_t^w} \frac{1-\beta}{1+\gamma} \left(\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w A_t^n H_t^n + b_0^n (1+r_0^w) \right)}$$

Supongamos que: $A_1^n = A_2^n = A_3^n = \dots = A^n$

$H_1^n = H_2^n = \dots = H^n$

$$1+r_t^w = \frac{1}{\beta} \left(\cancel{\frac{\sum_{n=1}^{N} A_{t+1}^n H_{t+1}^n}{\sum_{n=1}^{N} A_t^n H_t^n}} \right) \Rightarrow \boxed{1+r_t^w = \frac{1}{\beta}}$$

$$p_t^w = \frac{1}{(1+r_1^w) \cdots (1+r_{t-1}^w)} = \underbrace{\beta \cdot \beta \cdot \beta \cdots \beta}_{t-1 \text{ veces}} = \beta^{t-1}$$

$$C_t^n = \frac{\cancel{\beta^{t-1}}}{\cancel{\beta^{t-1}}} \cdot \frac{1-\beta}{1+\gamma} \left(\underbrace{\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} A^n H^n}_{\frac{A^n H^n}{1-\beta}} + b_0^n (1+r_0^w) \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_t^n = \frac{1}{1+\gamma}\left(A^n H^n + (1-\beta) b_0^n (1+r_0^w)\right)}$$

$$y_t^n = A_t^n H_t^n - \gamma C_t^n$$

$$\Rightarrow y_t^n = A^n H^n - \frac{\gamma}{1+\gamma}\left(A^n H^n + (1-\beta) b_0^n (1+r_0^w)\right)$$

$$\boxed{y_t^n = \frac{1}{1+\gamma} A^n H^n - \frac{\gamma}{1+\gamma}(1-\beta) b_0^n (1+r_0^w)}$$

Choque idiosincrático (a un solo país) de productividad:

- Supongamos que $b_0^n = 0$.
- Inicialmente, $A_t^n = A^n$, $t \geq 1$, $n = 1, \dots, N$.

Hay un choque transitorio para el país 1:

$$A_1^1 = \lambda A^1 \quad , \quad \lambda > 1.$$
$$A_t^1 = A^1 \quad , \quad t \geq 2$$
$$A_t^n = A^n \quad , \quad t \geq 1, \; n = 2, \dots, N$$

$$1+r_1^w = \frac{1}{\beta}\left(\frac{\sum_{n=1}^{N} A^n H^n}{\sum_{n=1}^{N} A_1^n H^n}\right) = \frac{1}{\beta}\left(\frac{\sum A^n H^n}{\lambda A^1 H^1 + \sum_{n \geq 2} A^n H^n}\right)$$

El aumento en A_1^1 genera una caída en la tasa de interés mundial.

$$1+r_t^w = \frac{1}{\beta} \qquad t \geq 2.$$

$$C_t^n = \frac{\beta^{t-1}}{P_t^w}\,\frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w A_t^n H_t^n + b_0^n(1+r_0^w)\right)$$

$$P_t^w = \frac{1}{(1+r_1^w)(1+r_2^w)\cdots(1+r_{t-1}^w)} = \frac{1}{1+r_1^w}\cdot\underbrace{\frac{1}{1+r_2^w}}_{\beta}\cdots\underbrace{\frac{1}{1+r_{t-1}^w}}_{\beta}$$

$$P_t^w = \frac{\beta^{t-2}}{1+r_1^w}$$

$$C_1^1 = \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w A_t^1 H_t^1\right) = \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(\overbrace{A_1^1H_1^1}^{\lambda A^1H^1} + P_2^w\,\overbrace{A_2^1H_2^1}^{A^1H^1} + P_3^w\,\overbrace{A_3^1H_3^1}^{A^1H^1}\cdots\right)$$

$$= \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(A^1H^1\left(\lambda + \frac{1}{1+r_1^w} + \frac{\beta}{1+r_1^w} + \frac{\beta^2}{1+r_1^w} + \cdots\right)\right)$$

$$\frac{1}{1+r_1^w}\underbrace{\left(1+\beta+\beta^2+\cdots\right)}_{\frac{1}{1-\beta}}$$

$$= \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(A^1H^1\left(\lambda + \frac{1}{1+r_1^w}\cdot\frac{1}{1-\beta}\right)\right)$$

$$\boxed{C_1^1 = \frac{1}{1+\gamma}\left(A^1H^1\left((1-\beta)\lambda + \frac{1}{1+r_1^w}\right)\right)}$$

$$(1-\beta)\lambda + \frac{1}{1+r_1^w} > (1-\beta)\lambda + \beta > (1-\beta)\cdot 1 + \beta = 1$$

$$\Rightarrow\quad C_1^1 = \frac{1}{1+\gamma}\left(A^1H^1\left((1-\beta)\lambda + \frac{1}{1+r_1^w}\right)\right) > \underbrace{\frac{1}{1+\gamma}\left(A^1H^1\right)}_{\substack{\text{consumo de país 1}\\ \text{en } t=1 \text{ si no hubiera}\\ \text{habido choque.}}}$$

$\Rightarrow$ el choque idiosincrático de productividad $\Rightarrow$ aumento en el consumo del país 1.

$$C_i^n = \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(\sum_{t=0}^{\infty} p_t^w A^n H^n\right) = \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(A^n H^n\left(1+\frac{1}{1+r_i^w}+\frac{\beta}{1+r_i^w}+\dots\right)\right)$$

$$= \frac{1-\beta}{1+\gamma}\left(A^n H^n\left(1+\frac{1}{1+r_i^w}\cdot\frac{1}{1-\beta}\right)\right)$$

$$C_i^n = \frac{1}{1+\gamma}\left(A^n H^n\left((1-\beta)+\frac{1}{1+r_i^w}\right)\right), \qquad n \geq 2$$

$$(1-\beta)+\frac{1}{1+r_i^w} > 1-\beta+\beta = 1$$

$\Rightarrow$ el consumo de todo el resto de países también aumentó.

Esfuerzo laboral:

Para $n \geq 2$: $l_i^n \downarrow = H^n - \frac{\gamma C_i^n \uparrow}{A^n}$

$\uparrow C_i^n \Rightarrow \downarrow l_i^n$

$\Rightarrow \uparrow C_i^n \Rightarrow \downarrow y_i^n$

Para $n=1$: $l_i^1 = H^1 - \frac{\gamma C_i^1 \uparrow}{\lambda A^1}$

El efecto en l_i^1 no es tan fácil porque C_i^1 aumenta pero la productividad A_i^1 también:

1. Efecto riqueza: $\uparrow A \Rightarrow$ individuo es más rico $\Rightarrow$ consume más ocio
2. Efecto sustitución: prod. marginal del trabajo $\uparrow$ $\Rightarrow$ precio del ocio sube $\Rightarrow$ consume menos ocio.

Sin embargo:

- En todos los países el consumo está aumentando.
- Países $n=2,\dots,N$ redujeron su producción.

- Tiene que ocurrir que $n=1$ produce más.
  Es decir, l_1^1 aumenta.

Balanza comercial y cuenta corriente:

- $n \geq 2$: $y_1^n \downarrow$, $c_1^n \uparrow$ $\Rightarrow$ Balanza comercial cae
  Cuenta corriente cae

- Como la suma de las balanzas comerciales en el mundo es igual a cero $\Rightarrow$ tiene que ocurrir que balanza comercial del país 1 aumenta. Igual con CA.

Variables futuras $(t \geq 2)$:

$$\beta(1+r_t^w) = 1 \quad \text{para } t \geq 2. \quad \Rightarrow \underbrace{c_2^n = c_3^n = c_4^n = \cdots = c^n}_{\text{Consumo es constante en } t \geq 2.}$$

En $t=1$, países $n \geq 2$ se endeudaron $(y_1^n < c_1^n)$

$\Rightarrow$ desde $t=2$ en adelante deben producir más de lo que consumen para cubrir su deuda:

$$\underbrace{c_t^n < \frac{A^n H^n}{1+\gamma}}_{\text{consumo sin ningún choque}} \qquad \underbrace{l_t^n > \frac{H^n}{1+\gamma}}_{\text{prod. sin ningún choque.}} \qquad t \geq 2.$$

Como $Y_t^w = \frac{1}{1+\gamma} \sum_{n=1}^{N} A^n H^n$ en $t \geq 2$ no cambia.

$\Rightarrow$ tiene que ocurrir que y_1^1 disminuye.

$$\ell_t^1 < \frac{H}{1+\gamma}, \qquad c_t^1 > \frac{A^1 H^1}{1+\gamma}$$